	Pruebas de acceso a enseñanzas universitarias oficiales de grado Castilla y León	MATEMÁTICAS II	EJERCICIO Nº Páginas: 2

INDICACIONES: 1.- OPTATIVIDAD: El alumno deberá escoger una de las dos opciones, pudiendo desarrollar los cuatro ejercicios de la misma en el orden que desee.
2.- CALCULADORA: Se permitirá el uso de **calculadoras no programables** (que no admitan memoria para texto ni representaciones gráficas).
CRITERIOS GENERALES DE EVALUACIÓN: Cada ejercicio se puntuará sobre un máximo de 2,5 puntos. Se observarán fundamentalmente los siguientes aspectos: Correcta utilización de los conceptos, definiciones y propiedades relacionadas con la naturaleza de la situación que se trata de resolver. Justificaciones teóricas que se aporten para el desarrollo de las respuestas. Claridad y coherencia en la exposición. Precisión en los cálculos y en las notaciones. Deben figurar explícitamente las operaciones no triviales, de modo que puedan reconstruirse la argumentación lógica y los cálculos.

OPCIÓN A

E1.- a) Discutir para qué valores de $a \in \mathbb{R}$ la matriz $M = \begin{pmatrix} -5 & a \\ 10 & -a-1 \end{pmatrix}$ tiene inversa.

Calcular M^{-1} para $a = 0$. **(1,5 puntos)**

b) Si B es una matriz cuadrada de orden 3 y $|B| = -5$, calcular $|2B^t|$, donde B^t denota la matriz traspuesta de B. **(1 punto)**

E2.- a) Calcular un vector de módulo 4 que tenga la misma dirección, pero distinto sentido, que el vector $\vec{v} = (2,1,-2)$. **(1 punto)**

b) Calcular un punto de la recta $r \equiv \dfrac{x-1}{-1} = \dfrac{y+2}{1} = \dfrac{z-3}{-2}$ cuya distancia al punto $A = (-1,2,0)$ sea mínima. **(1,5 puntos)**

E3.- a) Calcular a, b y c para que la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$ tenga pendiente nula en el punto $(1,1)$ de su gráfica y, sin embargo, no tenga un extremo relativo en dicho punto. **(1,25 puntos)**

b) Probar que la ecuación $x^5 + x - 1 = 0$ tiene una única solución real positiva. **(1,25 puntos)**

E4.- a) Calcular $\lim_{x \to 0^+} \left(\dfrac{1}{x} - \dfrac{1}{e^x - 1} \right)$. **(1 punto)**

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x) = 1 - x^2$ y las rectas tangentes a dicha gráfica en los puntos de abscisa $x = 1$ y $x = -1$. **(1,5 puntos)**

OPCIÓN B

E1.- a) Discutir, según el valor del parámetro m, el sistema de ecuaciones lineales

$$\begin{cases} x+y+mz=2 \\ x+my+z=2m \\ x+y-mz=0 \end{cases}$$ **(1,5 puntos)**

b) Resolverlo para $m=1$. **(1 punto)**

E2.- Consideremos las rectas $r \equiv \frac{x}{2}=y=\frac{z-1}{2}$ y $s \equiv \frac{x}{2}=\frac{y-1}{3}=z$.

a) Comprobar que las rectas *r* y *s* se cruzan. **(1 punto)**

b) Hallar la ecuación de la recta que pasa por el origen de coordenadas y corta a las rectas *r* y *s*. **(1,5 puntos)**

E3.- Tenemos un cartón cuadrado de 6 cm de lado y queremos construir con él una caja sin tapa. Para ello recortamos un cuadrado de x cm de lado en cada vértice del cartón. Calcular x para que el volumen de la caja sea máximo. **(2,5 puntos)**

E4.- a) Calcular $\lim_{x\to 0^+} \left(1+x^2\right)^{1/x}$. **(1 punto)**

b) Calcular el área de la región delimitada por la gráfica de la función $f(x)=\ln x$, el eje OX y la recta $x=3$. **(1,5 puntos)**